

## Matematiikan perusmetodit II

Loppukoe 4.10.2004

1. Gamma-funktio määritellään ehdolla

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t}, \quad \text{kun } x > 0.$$

Määää  $\Gamma(1)$ .

2. Olkoot  $T_1$  ja  $T_2$   $\mathbb{R}^3$ :n tasoja, joille  $T_1 = \{\bar{r} \in \mathbb{R}^3 | \bar{r} = (1, -1, 1) + s(1, 0, -1) + t(2, 1, 0), s, t \in \mathbb{R}\}$  ja  $T_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + 2z = 3\}$ . Määää tasojen  $T_1$  ja  $T_2$  leikkaus  $T_1 \cap T_2$ .

3. Määää  $\nabla f$ , kun  $f(x, y) = x^2 y + x\sqrt{y}$ .

4. Määää osittaisderivaatat  $h_x, h_y$  ja  $h_z$ , kun  $h(\bar{r}) = f(r)$ , missä  $f$  on pallosymmetrinen funktio  $f(r) = r + \frac{1}{r}$ ,  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $\bar{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ .

5. Määää funktion  $f(x, y) = xy^2$  ääriarvot ehdolla  $x^2 + y^2 = 9$ .