

Permutaatiot, kunnat ja Galois'n teoria

Loppukoe 7.5.2012

1. Osoita, että $p(x) = [1]x^2 + [1] \in \mathbb{Z}_3[x]$ on jaoton. Merkitse $\alpha = x + (p(x))$ ja konstruoi kuntalaaajennus $E = \mathbb{Z}_3[x]/(p(x))$.

2. Ratkaise Cardanon kaavan avulla yhtälö

$$x^3 + 6x + 2 = 0.$$

3. Määrää symmetrisen ryhmän S_4 eri konjugointiluokat ja määrää niiden avulla ryhmän S_4 ei-triviaalit normaalit aliryhmät.

4. Oletetaan, että $\alpha \in S_5$ on 5-sykli.

a) Määrää $C_{S_5}(\alpha)$.

b) Kuinka monta konjugaattia alkiolla α on alternoivassa ryhmässä A_5 ?

5. Olkoon K kunta ja $|K| = 2^n$, missä n on pariton luku.

Merkitään $A = \{x \in K \mid x^4 - x \neq 0\}$. Kuinka monta alkiota joukossa A on?