

800660S Ryhmäteoria

Kesätentti 18.6.2012

1. Olkoon K äärellinen kunta. Mitä tarkoitetaan ryhmän $SL(2, K)$ transvektioilla? Osoita, että transvektiot generoivat ryhmän $SL(2, K)$.
2. Olkoon G ryhmä ja $|G| = 900$. Tiedetään, että ryhmällä G on sellaiset aliryhmät H ja K , että H on yksinkertainen ryhmä ja K on ryhmän G normaali aliryhmä. Lisäksi $|H| = 60$ ja $|K| = 15$. Osoita, että $G = HK$. Merkitse käyttämäsi päättelyt ja laskut tarkasti näkyviin.
3. Olkoon G ryhmä ja $|G| = p^2q^2$, missä p ja q ovat alkulukuja. Osoita, että G on ratkeava.
4. Olkoon G äärellinen ryhmä, jolla on tarkalleen yksi maksimaalinen aliryhmä. Määrää ryhmän G rakenne ja kertaluku.
5. Olkoon G ryhmä ja $|G| = 945$. Osoita, että G on ratkeava.