800660S Ryhmäteoria

Loppukoe 10.12.2012

1. Olkoon $T = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in SL(2,5)$. Määrää alkion T konjugaattien lukumäärä ryhmässä $SL(2,5)$.

2. Olkoot A ja B ryhmän G äärellisiä aliryhmiä. Osoita, että
$$|AB| = \frac{|A||B|}{|A \cap B|}.$$

3. Olkoot P ja Q äärellisen ryhmän G Sylowin $p-$aliryhmiä. Osoita, että P ja Q konjugoivat ryhmässä G.

4. Olkoon $|G| = p^2q^2$, missä $p > q$ ovat alkulukuja. Osoita, että G on ratkeava.

5. Olkoon G ryhmä ja $|G| = 231$.
Todista: Jos P on ryhmän G Sylowin 11-aliryhmä, niin $P \leq Z(G)$.