

800660S Ryhmäteoria

Loppukoe 16.1.2012

1. Olkoon K äärellinen kunta. Mitä tarkoitetaan ryhmän $SL(2, K)$ transvektioilla? Osoita, että transvektiot generoivat ryhmän $SL(2, K)$.
2. Olkoon G ryhmä ja $|G| = 2400$. Tiedetään, että ryhmällä G on sellaiset aliryhmät A ja B , että A on yksinkertainen ja B on ryhmän G normaali aliryhmä. Lisäksi $|A| = 60$ ja $|B| = 40$. Osoita, että $G = AB$.
(Huom! Perustele vastauksesi tarkasti.)
3. Olkoon G ryhmä ja $|G| = p^2q^2$, missä $p \neq q$ ovat alkulukuja. Osoita, että G on ratkeava.
4. Olkoot P ja Q äärellisen ryhmän G Sylowin p -aliryhmiä. Osoita, että P ja Q konjugoivat ryhmässä G .
5. Olkoon G ei-ratkeava äärellinen ryhmä ja H sen maksimaalinen aliryhmä. Todista: Jos H on ratkeava, niin $N_G(H) = H$.