

## Talousmatematiikka, 4 op

### Loppukoe 15.10.2012

Tässä tentissä on kuusi tehtävää. Vastaa VIITEEN. Jos vastaat kuuteen, tulee ylimääräinen rangaistus.

Perustelut ja välivaiheet ovat oleellinen osa ratkaisua. Pelkästä oikeasta lopputuloksesta voidaan myöntää nolla pistettä. Muista myös, että talousmatematiikan sovelluksissa tulokset ovat usein likimääräisiä; mutta muista myös, että tällä perusteella ei saa anteeksi huonoja ratkaisuja. Lisäksi liian karkeasta pyöristämisestä voi myös seurata virheitä ratkaisuihin tai pistemenetyksiä.

Laskimet sallittu.

Kännykät, päätelaitteet, tietokoneet yms. kielletty.

Ylimääräiset materiaalit kielletty. Tenttimonisteen lopussa on kaavoja.

Ilmainen vihje. Jos jaat luvulla, jonka tarkkuus on alle kuusi merkitsevää numeroa, lopputuloksen tarkkuus voi kärsiä huomattavasti.

**Huomaa, että tämä on laatijan M.N. viimeinen tentti vuonna 2012!**

1. a) Kertatalletuksen loppupääomaksi halutaan 180 000 euroa. Korkokanta on 4 % per annum ja talletusaika 17 vuotta. Talletussuunnitelmaa varten tulee tietää alkuarvo. Diskonttaa alkuarvoon. (3 p)  
b) Kertatalletuksen alkupääoma on 25 000 euroa. Talletusaika on kolme vuotta. Ensimmäisen vuoden korkokanta on 7 % per annum, toisen vuoden vastaavasti 9 % ja kolmannen vuoden 11 %. Prolongoi loppuarvoon. (3 p)
2. a) Kertatalletukseen sovelletaan jatkuvaa korkolaskua ja loppupääomaksi halutaan 180 000 euroa. Jatkuvan korkolaskun intensiteetti on 4 % per annum ja talletusaika 17 vuotta. Talletussuunnitelmaa varten tulee tietää alkuarvo. Diskonttaa alkuarvoon. (3 p)  
b) Kertatalletuksen alkupääoma on 30 000 euroa ja loppupääoma 35 014,98 euroa. Talletusaika on kolme vuotta. Kahtena ensimmäisenä vuonna korkokanta on 4,52 % per annum. Ratkaise kolmannen vuoden korkokanta. (3 p)
3. Tarkastellaan seuraavaa investointia annuiteettimenetelmällä. Investoinnin hankintakustannus on  $H = 1\,000\,000$  euroa. Investointiaika on viisi vuotta ja viiden vuoden kuluttua jäännösarvo  $J = 200\,000$  euroa. Investoinnista koituu investointiaikanaan kunakin viitenä vuonna tasakulut  $k = 120\,000$  euroa ja tasatuotot  $M = 321\,917,12$  euroa. Annuiteettimenetelmän korkokanta on 7,5 % per annum. Arvioi investoinnin kannattavuus. (6 p)
4. Tarkastellaan seuraavaa investointia sisäisen korkokannan menetelmällä. Hankintakustannus  $H = 1\,200\,000$  euroa maksetaan ajanhetkellä 0. Täsmälleen ajanhetkillä  $j = 1, 2, 3$

koituu tasakustannus  $k_j = 80000$  euroa ja toisaalta samoina hetkinä saadaan tuotot

$$M_1 = 454051,34 \text{ euroa}, \quad M_2 = 469051,34 \text{ euroa}, \quad M_3 = 469051,34 \text{ euroa}.$$

Sen jälkeen ei tule tuottoja tai kustannuksia, mutta investointi katsotaan päättyneeksi vasta ajanhetkellä 6, jolloin jäännösarvo  $J = 335\,252,36$  euroa. Arvioi investoinnin kannattavuus sisäisen korkokannan menetelmällä; vertailukorkokanta on  $6,5\%$  per aikayksikkö. (6 p)

5. Ohessa on esitetty kuluttajahintaindeksin arvoja suhteessa kahteen perusvuoteen. Oletetaan seuraavassa, että hintojen ja ostovoiman muutokset noudattavat täsmälleen indeksiä, vaikka todellisuudessa indeksi antaakin vain arvion tai keskimääräisen kuvan todellisista muutoksista. Oletetaan myös, että annetut indeksin arvot ovat tarkkoja, vaikka todellisuudessa ne yleensä ovat pyöristettyjä likiarvoja. Huomaa myös noudattaa samoja tarkkuuksia, ellei erityisestä syystä muuta johdu! Oletetaan vielä, että eri perusvuosien indeksit ovat vertailukelpoisia tavalla, joka tenttijän tulee kurssin oppimäärän pohjalta ymmärtää.

Perusvuosi 2000 vast. 100 indeksipistettä.

2001 — 102,6

2002 — 104,2

2003 — 105,1

2004 — 105,3

2005 — 106,2

Perusvuosi 2005 vast. 100 indeksipistettä.

2006 — 101,6

2007 — 104,1

2008 — 108,3

2009 — 108,3

2010 — 109,7

- a) Kuinka paljon ostovoima muuttui vuodesta 2002 vuoteen 2004? (2 p)
- b) Kuinka paljon tuotteiden hinnat muuttuivat vuodesta 2002 vuoteen 2008? (2 p)
- c) Mikä olisi vuoden 2015 indeksin arvo perusvuoden 2005 mukaan, jos haluttaisiin, että inflaatio vuodesta 2009 vuoteen 2014 on ollut  $9,50\%$  ja vuodesta 2014 vuoteen 2015 puolestaan  $2,00\%$ ? (2 p)
6. Epävirallinen vapaa-ajanyhdistys SMJKKÄ seuraa fanipaitojen esiintymistiheyttä jalkapallokatsomoissa eri vuosina ja pitää kirjaa myös niiden kuvitteellisesta arvostuksesta. Kutsutaan tätä markkinatilanteeksi ja kuvatkoon sitä oheinen taulukko. Taulukossa  $H_i$  = kappalehinta;  $V_o$  = volyyymi. Paitoja on neljänlaisia: George Best, Jallu Rantanen, Mario

Balotelli ja Kaká.

Paita	Vo 2009	Hi 2009	Vo 2010	Hi 2010	Vo 2011	Hi 2011
Best	101	65 EUR	113	89 EUR	139	97 EUR
Rantanen	103	65 EUR	127	75 EUR	149	83 EUR
Balotelli	107	65 EUR	131	72 EUR	151	79 EUR
Kaká	109	0,01 EUR	137	0,02 EUR	157	0,03 EUR

Yritetään kuvata neljänlaisten fanipaitojen markkinan yhteistilannetta indekseillä.

- Laske Laspeyresin hintaindeksi vuodesta 2009 vuoteen 2010. Laspeyres on saksalainen nimi ja ääntyy saksalaisittain. (2 p)
- Laske Paaschen volyyymi-indeksi vuodesta 2009 vuoteen 2011. (2 p)
- Millä perusteilla indeksien yleisessä teoriassa voidaan sanoa, että Fisherin ihanneindeksi on parempi kuin muut kurssilla esitellyt kokonaislukumalli-indeksit? (2 p)

**Ohessa muutamia kaavoja.**

$$\sum_{j=0}^n \xi^j = 1 + \xi + \xi^2 + \dots + \xi^n = \frac{\xi^{n+1} - 1}{\xi - 1}, \quad |\xi| \neq 1$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \qquad \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \qquad \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}}$$

$$P_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n q_{i0} p_{it}}{\sum_{i=1}^n q_{i0} p_{i0}}$$

$$Q_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0}}$$

$$P_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n q_{it} p_{it}}{\sum_{i=1}^n q_{it} p_{i0}}$$

$$Q_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{it} q_{i0}}$$

$$P_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n (q_{i0} + q_{it}) p_{it}}{\sum_{i=1}^n (q_{i0} + q_{it}) p_{i0}}$$

$$Q_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n (p_{i0} + p_{it}) q_{it}}{\sum_{i=1}^n (p_{i0} + p_{it}) q_{i0}}$$

$$P_{0t} = \sqrt{P_{0t}^L \cdot P_{0t}^P}$$

$$Q_{0t} = \sqrt{Q_{0t}^L \cdot Q_{0t}^P}$$