

Talousmatematiikka, 4 op

Loppukoe 28.5.2012

Tässä tentissä on kuusi tehtävää. Vastaa VIITEEN. Jos vastaat kuuteen, tulee ylimääräinen rangaistus.

Perustelut ja välivaiheet ovat oleellinen osa ratkaisua. Pelkästä oikeasta lopputuloksesta voidaan myöntää nolla pistettä. Muista myös, että talousmatematiikan sovelluksissa tulokset ovat usein likimääräisiä; mutta muista myös, että tällä perusteella ei saa anteeksi huonoja ratkaisuja.

Laskimet sallittu.

Kännykät, päätelaitteet, tietokoneet yms. kielletty.

Ylimääräiset materiaalit kielletty. Tenttimonisteen lopussa on kaavoja.

Ilmainen vihje. Jos jaat luvulla, jonka tarkkuus on alle kuusi merkitsevää numeroa, lopputuloksen tarkkuus voi kärsiä huomattavasti.

1. a) Kertatalletuksen loppupääomaksi halutaan 120 000 euroa. Korkokanta on 4 % per annum ja talletusaika 12 vuotta. Talletussuunnitelmaa varten tulee tietää alkuarvo. Diskonttaa alkuarvoon. (4 p)
- b) Kertatalletuksen loppupääomaksi halutaan 32 000 euroa ja alkupääomaa on käytettävissä 20 000 euroa. Korkokanta on 5 % per annum. Määrää talletusaika. (2 p)
2. Oheiset korkokannat ovat vuosikorkoja. Ensimmäisen vuoden korko on 5,00 %, toisen vuoden 3,00 %, kolmannen vuoden 7,00 %, neljännen 13,00 % ja viidennen 5,00 %. Pääoma talletetaan kertatalletuksena heti aluksi.
 - a) Määrää se vakiokorkokanta, jolla pääoma kasvaisi viidessä vuodessa saman verran kuin vaihtelevilla korkokannoilla edellä. (2 p)
 - b) Laske edellä olevia vaihtelevia korkoja vastaavien korkokertoimien geometrinen keskiarvo. (2 p)
 - c) Laske edellä olevien vaihtelevien korkokantojen aritmeettinen keskiarvo. (2 p)

Mieti vielä hetki tätä tehtävää kokonaisuutena. Tästä et saa lisäpisteitä, mutta mieli nyt kumminkin.

3. Investointiin sidotaan pääoma

$$H = 100000 \text{ euroa}$$

ajanhetkellä 0. Kunakin ajanhetkenä $j = 1, 2, 3, 4$ investointi tuo käytön aikana tuottoja

$$M_j = 44026,20 \text{ euroa} \quad \text{ja aiheuttaa kuluja} \quad k_j = 20000 \text{ euroa.}$$

Sitten on jonkin aikaa hiljaista kaikilla rintamilla ja investointi katsotaan päättyneeksi

ajanhetkellä 7, jolloin jäännösarvo

$$J = 35000,02 \text{ euroa.}$$

Arvioi investoinnin kannattavuus nykyarvomenetelmällä. Nykyarvomenetelmän korkokanta on 9 % per aikayksikkö. (6 p)

4. Tarkastellaan edellisen tehtävän investointia.
 - a) Ratkaise edellisen tehtävän sisäinen korkokanta. (3 p)
 - b) Ratkaise edellisen tehtävän jäännösarvon annuiteetti annuiteettimenetelmän mielessä. Käytä jaksona aidosti käytön aikaisia kuluja ja tuottoja aiheuttavaa jaksoa. Korkokanta olkoon 9 % per aikayksikkö. (3 p)
5. Ohessa on esitetty kuluttajahintaindeksin arvoja suhteessa kahteen perusvuoteen. Oletetaan seuraavassa, että hintojen ja ostovoiman muutokset noudattavat täsmälleen indeksiä, vaikka todellisuudessa indeksi antaakin vain arvion tai keskimääräisen kuvan todellisista muutoksista. Oletetaan myös, että eri perusvuosien indeksit ovat vertailukelpoisia.

Perusvuosi 2000 vast. 100 indeksipistettä.

2001 — 102,6
2002 — 104,2
2003 — 105,1
2004 — 105,3
2005 — 106,2

Perusvuosi 2005 vast. 100 indeksipistettä.

2006 — 101,6
2007 — 104,1
2008 — 108,3
2009 — 108,3
2010 — 109,7

- a) Kuinka paljon tuotteiden hinnat muuttuivat vuodesta 2003 vuoteen 2005? (1 p)
 - b) Kuinka paljon ostovoima muuttui vuodesta 2008 vuoteen 2010? (1 p)
 - c) Kuinka paljon tuotteiden hinnat muuttuivat vuodesta 2001 vuoteen 2008? (2 p)
 - d) Mikä olisi vuoden 2013 indeksin arvo perusvuoden 2005 mukaan, jos haluttaisiin, että inflaatio vuodesta 2010 vuoteen 2013 on ollut 7,5 %? (2 p)
6. Kolme eri puljua valmistaa tulevaisuuden ihmeellisiä mecha-taistelurobotteja. Markkina-tilanne on kuvattu oheisessa taulukossa. V_o = volyyymi, H_i = hinta. Huomaa, että tule-

vaisuuden rahayksikkö on salainen.

Tuote	Vo 2032	Hi 2032	Vo 2033	Hi 2033	Vo 2034	Hi 2034
LuTK	49	10 □	63	20 □	77	15 □
TaTK	36	10 □	40	15 □	60	20 □
TTK	125	0,01 □	121	0,01 □	169	0,01 □

Yritetään kuvata kolmen tarjoajan markkinan yhteistilannetta indekseillä.

- Laske Laspeyresin hintaindeksi vuodesta 2032 vuoteen 2034. (2 p)
- Laske Laspeyresin volyyymi-indeksi vuodesta 2032 vuoteen 2034. (2 p)
- Laske arvoindeksi vuodesta 2032 vuoteen 2034. (2 p)

Ohessa muutamia kaavoja.

$$\sum_{j=0}^n \xi^j = 1 + \xi + \xi^2 + \dots + \xi^n = \frac{\xi^{n+1} - 1}{\xi - 1}, \quad |\xi| \neq 1$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \qquad \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \qquad \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}}$$

$$P_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n q_{i0} p_{it}}{\sum_{i=1}^n q_{i0} p_{i0}}$$

$$Q_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_{i0}}$$

$$P_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n q_{it} p_{it}}{\sum_{i=1}^n q_{it} p_{i0}}$$

$$Q_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{it} q_{i0}}$$

$$P_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n (q_{i0} + q_{it}) p_{it}}{\sum_{i=1}^n (q_{i0} + q_{it}) p_{i0}}$$

$$Q_{0t} = 100 \frac{\sum_{i=1}^n (p_{i0} + p_{it}) q_{it}}{\sum_{i=1}^n (p_{i0} + p_{it}) q_{i0}}$$

$$P_{0t} = \sqrt{P_{0t}^L \cdot P_{0t}^P}$$

$$Q_{0t} = \sqrt{Q_{0t}^L \cdot Q_{0t}^P}$$