

Tilastotieteen perusmenetelmät I  
1. välikoe 21.10.2011

Tehtävien ratkaisut

① A ab

B b3

C c3

D d2

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^5 f_i (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 f_i x_i = \frac{1}{60} (3 \cdot 0 + 11 \cdot 1 + 31 \cdot 2 + 13 \cdot 3 + 2 \cdot 4) = 2$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{60-1} [3(0-2)^2 + 11(1-2)^2 + 31(2-2)^2 + 13(3-2)^2 + 2(4-2)^2]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{59} \cdot 44} = \underline{0.86}$$

E e5

F f4

2. a) euro: luokitteluvasteikko, diskreetti  
työttöaste: suhteasteikko, jatkuva  
gdpl0: välimatka-asteikko, jatkuva  
luottoluok: järjestyksasteikko, diskreetti  $Z_p$

b) Euro maiden työttömyysasteet suurus järjestyksessä

3.9, 4.1, 4.6, 6.1, 6.7, 7.0, 7.0, 7.8, 7.9, 8.0, 9.8, 12.5, 12.8,  
13.3, 14.4, 16.7, 21.0

$$\text{min: } \underline{3.9}, \text{ max: } \underline{21.0}, \text{ Md: } \frac{n}{2} = \frac{17}{2} = 8.5 \Rightarrow \text{Md} = 9. \text{ arvo} = \underline{7.9}$$

$$Q_1: \frac{n}{4} = \frac{17}{4} = 4.25 \Rightarrow Q_1 = 5. \text{ arvo} = \underline{6.7}$$

$$Q_3: \frac{3 \cdot n}{4} = \frac{3 \cdot 17}{4} = 12.75 \Rightarrow Q_3 = 13. \text{ arvo} = \underline{12.8}$$

Ei-euro maiden työttömyysasteet suurus järjestyksessä

6.8, 7.3, 7.3, 7.4, 8.0, 9.5, 10.9, 11.5, 15.6, 16.2

$$\text{min} = \underline{6.8}, \text{ max} = \underline{16.2}$$

$$\text{Md} = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow \text{Md} = \frac{5. \text{ arvo} + 6. \text{ arvo}}{2} = \frac{8.0 + 9.5}{2} = \underline{8.75}$$

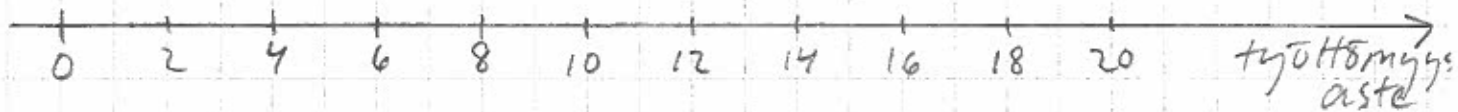
$$Q_1: \frac{10}{4} = 2.5 \Rightarrow Q_1 = 3. \text{ arvo} = \underline{7.3}$$

$$Q_3: \frac{3 \cdot 10}{4} = 7.5 \Rightarrow Q_3 = 8. \text{ arvo} = \underline{11.5}$$

ei-euro-  
maat



euro-  
maat



Euroalueeseen kuuluvien ja euroalueeseen  
kuulumattomien EU-maiden työttömyysasteen  
(kesäkuussa 2011) laatikko- ja -kuviot  $2\frac{1}{2}p$

c) c1) sijainti: Ei-euro-maiden työttömyysaste  
on keskimäärin korkeampi kuin  
euro-maiden ( $Md_{ei-euro} = 8.75$  ja  $Md_{euro} = 7.9$ )

c2) hajonta: Työttömyysasteen hajonta on  
sekä vaihteluvälin että kvanttilivatin  
pitvudella mitattuna suurempaa euro-  
maissa.

$$w_{euro} = 21.0 - 3.9 = 17.1, \quad w_{ei-euro} = 16.2 - 6.8 = 9.4$$

$$Q_{euro}^* = 12.8 - 6.7 = 6.1, \quad Q_{ei-euro}^* = 11.5 - 7.3 = 4.2$$

c3) vinous: Sekä euro-maiden että ei-euro-maiden  
työttömyysasteen jakaumat ovat oikealle  
vinoja.

$1\frac{1}{2}p$

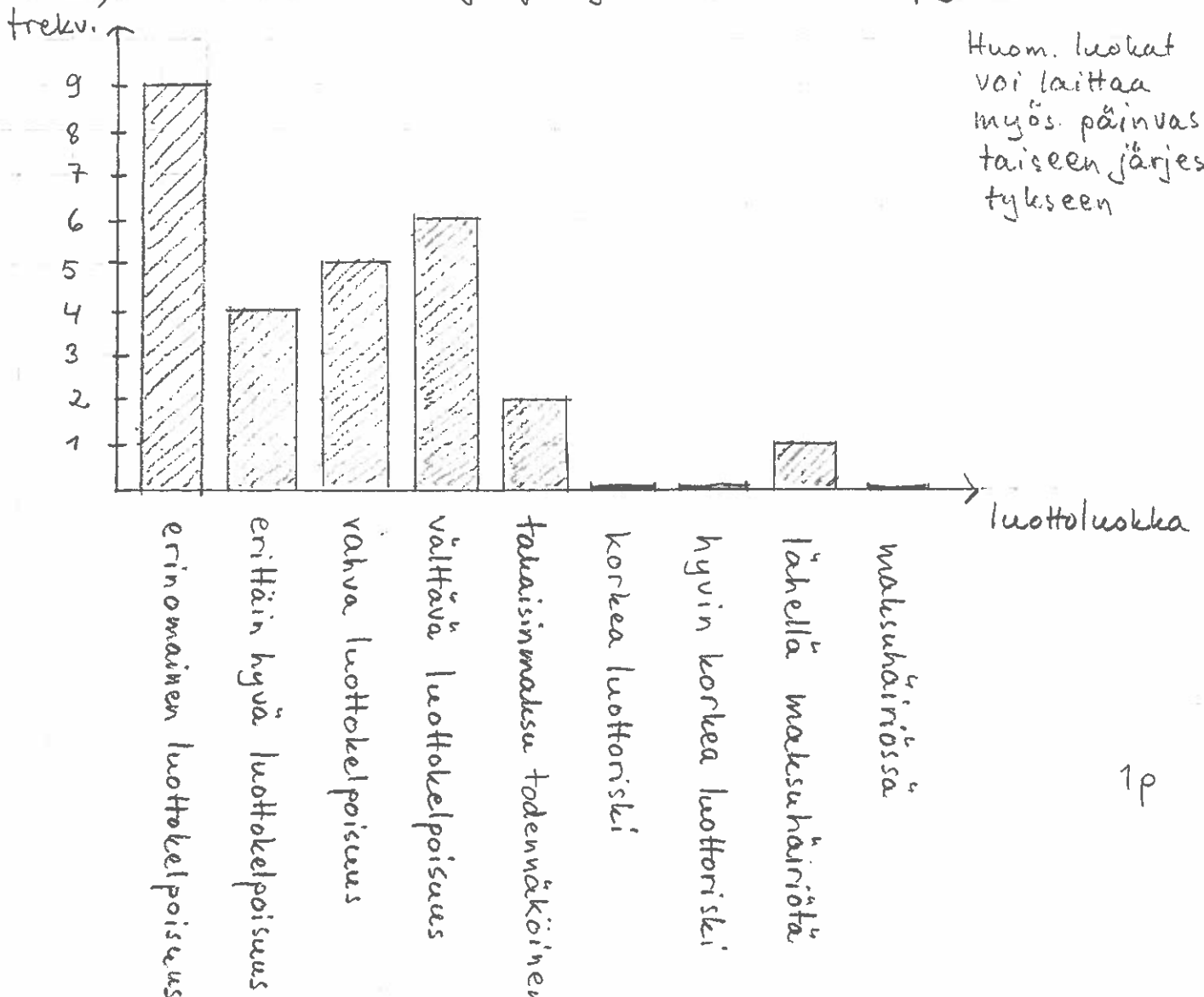
Taulukko 1

③ a) Euroopan unionin maiden luottoluokan frekvenssi-jakauma elokuussa 2011

Luottoluokka	Frekvenssi
1. erinomainen luottokelpoisuus	9
2. erittäin hyvä luottokelpoisuus	4
3. vahva luottokelpoisuus	5
4. välttävä luottokelpoisuus	6
5. takaisinmaksu todennäköinen	2
6. korkea luottoriski	-
7. hyvin korkea luottoriski	-
8. lähellä maksuhäiriötä	1
9. maksuhäiriössä	-
Yhteensä	27

1p

b) Luottoluokka järjestysasteikkoa => pylväskuvio



1p

Kuvio 1. Euroopan unionin maiden luottoluokan frekvenssijakauma elokuussa 2011

c) Sopivat keskiarvot moodi<sup>Mo</sup> ja mediaani = Md  
 Sopivat hajontaluvut vaihteluväli<sub>W</sub> ja kvartiiliväli<sub>Q</sub>

Mo = erinomainen luottokelpoisuus

$\frac{n}{2} = \frac{27}{2} = 13.5 \Rightarrow$  Md = 14. arvo = vahva luottokelpoisuus

W = [erinomainen luottokelpoisuus, lähellä maksuh.]

tai

W = [lähellä maksuh., erinomainen luottokelpoisuus]

Q = [Q<sub>1</sub>, Q<sub>3</sub>]

$\frac{n}{4} = \frac{27}{4} = 6.75 \Rightarrow$  Q<sub>1</sub> = 7. arvo = erinomainen luottokelp.

$\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 27}{4} = 20.25 \Rightarrow$  Q<sub>3</sub> = 21. arvo = välttävä luottokelp.

Q = [erinomainen luottokelp., välttävä luottokelp.]

tai jos lähtee lopusta

Q = [välttävä luottokelp., erinomainen luottokelp.]

2p

d)

Luotto- luokka	Euroalueeseen kuuluminen		Yhteensä
	kuuluu	ei kuulu	
erinomainen	6	3	9
jokin muu	11	7	18
Yhteensä	17	10	27

1p

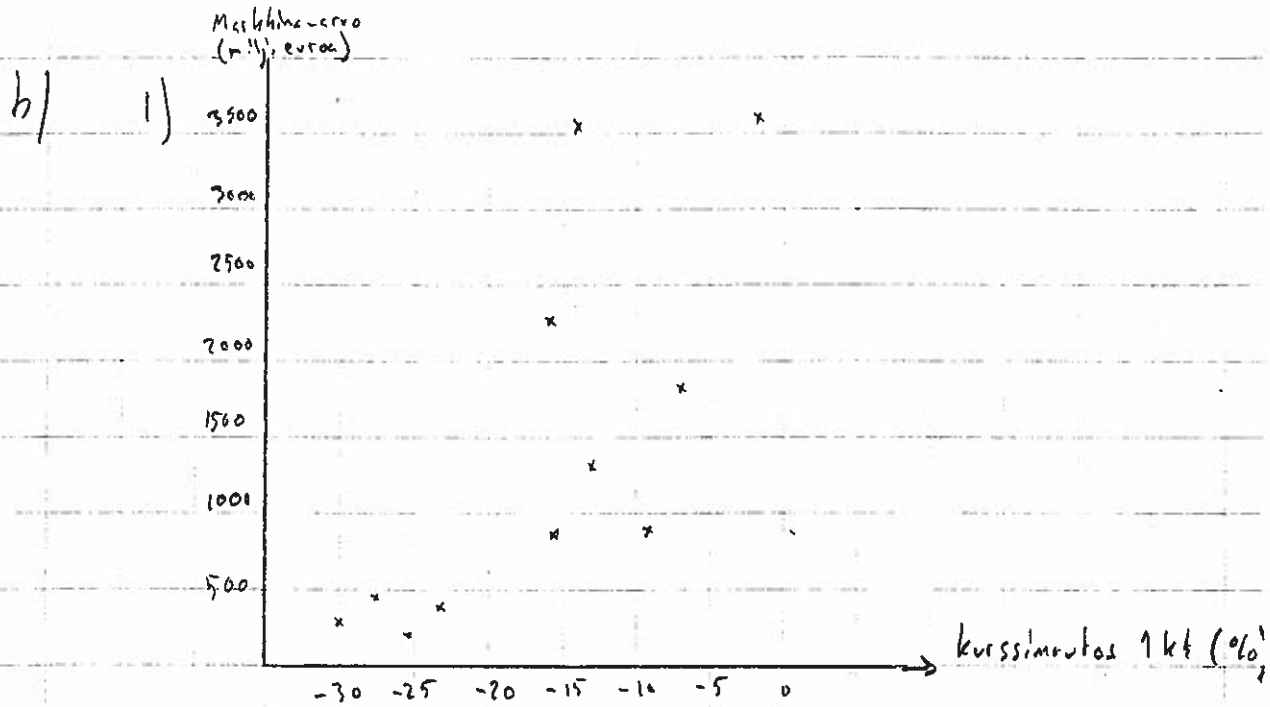
Ristitulosuhte OR =  $\frac{t_{11} \cdot t_{22}}{t_{12} \cdot t_{21}} = \frac{6 \cdot 7}{3 \cdot 11} = \frac{42}{33} = 1.27$   $\frac{1}{2}$

Jos OR = 1, muuttujien välillä ei ole riippuvuutta

Koska OR = 1.27  $\neq$  1, luottoluokan ja euroalueeseen kuulumisen välillä on riippuvuutta.  $\frac{1}{2}$ p

4. a)  $r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{66.0}{\sqrt{66.3} \cdot \sqrt{367.4}} = 0,422650 \approx 0,42$

lyhytaikaisen kurssimuutoksen ja pitkäaikaisen kurssimuutoksen välillä on kohtalaista positiivista lineaarista riippuvuutta ko. aineistossa



kurssimuutoksen ja merkkina-eron välillä on positiivista monotonista riippuvuutta ko. aineistossa

4. b2)

Pörssi-yhtiö	Kurssinmuutos 1kt	R(x <sub>i</sub> )	Markkina-arvo (milj. euroa)	R(y <sub>i</sub> )	d <sub>i</sub> = R(x <sub>i</sub> ) - R(y <sub>i</sub> )
Besware	-26	9	230	11	-2
Cramo	-30	11	272	10	1
Kemira	-13	4	1320	5	-1
Kesko	-16	6,5	2277	3	3,5
Metsä	-14	5	3514	2	3
Neste Oil	-7	2	1820	4	-2
Pöyry	-23	8	345	9	-1
Ramirent	-27	10	473	8	2
Sponda	-9	3	821	6	-3
Talvivaara	-16	6,5	806	7	-0,5
Wärtsilä	-2	1	3598	1	0

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6((-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 + 3,5^2 + 3^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 2^2 + (-1)^2 + (-3)^2 + 0^2)}{1331 - 11}$$

$$= 1 - \frac{6(4 + 1 + 1 + 12,25 + 9 + 4 + 1 + 4 + 9 + 0,25 + 10)}{1331 - 11} = 1 - \frac{6 \cdot 45,5}{1320} = 0,793181...$$

$$\approx 0,79$$

kurssimuutoksen ja markkina-arvon välillä on melko vahva positiivista riippuvuutta. Es. aineistossa

5. a) Tarkasteltavat muuttujat ovat suhdasteikko ja niiden välillä on lineaarista riippuvuutta sironta-kunin perusteella, joten Pearsonin tulomomentti korrelaatiokertoimen käyttö on mielekästä.  
Neliöhinta on selitettävä<sup>y</sup> ja asunnon ikä selittävä muuttuja<sup>x</sup>.

b)  $a = 2172,35$  (R:n tulostuksesta)  
 $b = r_{xy} \frac{s_y}{s_x} = -0,949 \frac{\sqrt{26931}}{\sqrt{0,9444}}$

$$\hat{y} = 2172 - 160,3x \approx -160,26$$

Tulkinnat:

a) uuden asunnon (ikä 0 vuotta) neliöhinta on keskimäärin 2172,35 €.

b) kun asunto vanhenee vuodelle (kun asunnon ikä kasvaa yhdellä vuodelle), vähenee neliöhinta keskimäärin 160,26 €.

c)  $\hat{R}^2 = r_{xy}^2 = (-0,949)^2 = 0,9006$

Asunnon ikä selittää noin 90% asunnon neliöhinnon kokonaisvaihtelusta.

d)  $\hat{y} = 2172,35 - 2,5 \cdot 160,26$   
 $\approx 1771,70$  €

(Jos a)-kohdassa ajateltu, että neliöhinta on selittävä muuttuja, tämä tulee olla 2100 sijaitettuna.)