Todennäköisyyslaskennan peruskurssi

Loppukoe 7.1.2013 (Prof. Holmström)

Vastauksiin likiarvo milloin vain mahdollista
Laskimia saa käyttää

1. Käytössä on 7 konsonanttia ja 5 vokaalia. Kuinka monta sellaista ”sanaa” voidaan muodostaa, jossa on 4 konsonanttia ja 3 vokaalia? Mikä on todennäköisyys, että umpimähkään valitussa tällaisessa sanassa kaikki vokaalit ovat alussa?

2. Olkoon $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ tn-avaruus ja $A_i \in \mathcal{F}, \quad i = 1, \cdots, n$ erillisiä (so. pistevieraita) tapahtumia, joille $\Omega = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$. Johda Bayesin kaava

$$P(A_k|B) = \frac{P(A_k)P(B|A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)} \quad (k = 1, \cdots, n).$$

3. Olkoon X satunnainen kokonaisluku välillä [1,20] ja olkoon Y satunnainen kokonaisluku välillä $[X, 20]$. Millä todennäköisyydellä

   a) $X \leq 5$ ja $Y \leq 10$?

   b) X ja Y ovat kummatkin 5:llä jaollisia?

4. Tupu, Hupu ja Lupu heittävät vuorotellen katulyhtyä lumipallolla, kunnes joku heistä osuu. Tupu aloittaa. Millä todennäköisyydellä hän osuu ensimmäisenä, kun kunkin pojan osumistodennäköisyys on 1/3? Jos Tupu todella osuu ensimmäisenä, kuinka monta yritystä hän siihen keskimäärin tarvitsee?

5. Olkoon X nopan heiton pisteluku. Määrää $E(X)$ ja $D^2(X)$. Arvioi sitten normaaliapproksimaatiolla (so. keskeistä raja-arvolausetta käyttämällä) millä tn:llä 100:n heiton antama pistesumma on vähintään 340, mutta korkeintaan 360. Standardinormaalijakauman kertymäfunktion Φ arvot on taulukoitu tehtäväpaperin toisella puolella.